Lycée Sahline A.S :2010/2011

Devoir de contrôle N°3

Classes $4^{ème}$ sc

Durée: 2.h

Exercice N°1: (4pts)

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de choisir cette réponse.

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1/ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(1-x)e^{x}$. La valeur moyenne de f sur $[0\ ,1]$ est égale à

a) -1 b) $2-e$ c) $e-2$

2/ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{x}$ est égale à

a) $+\infty$ b) 2 c) 0

3/ L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

Soit la sphère $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$ et le plan $P:2x-y-z=0$. (S) et P sont

a) tangents b) sécants c) disjoints.

4/ Soit A et B deux points distincts de l'espace.

L'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=0$ est

a) une droite b) une sphère c) un plan

Exercice N°2: (6 pts)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

Soit $S=\left\{ M(x,y,z)\in\xi;\ x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z+5=0 \right\}$

1/ Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre I et le rayon R

2/ Soit P le plan dont une équation cartésienne est : $x-2y+2z+2=0$

a) Montrer que l'intersection de la sphère S et du plan P est un cercle ζ
b) Déterminer les coordonnées du centre A et le rayon r du cercle ζ

3/ Soit $M(a,b,-1)$ un point de la sphère S où a et b sont deux réels et Q le plan dont une équation cartésienne est : $(a-1)x+(b+2)y+z-a+2b+3=0$

a) Montrer que M appartient au plan Q
b) Montrer que S et Q sont tangents en M

Exercice N°3: (6 pts)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est ci contre.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f ' (x)		+	0	-	
f(x)	$-\infty$	↗	2	↘	0

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N $(O,\vec{i},\vec{j})$

On suppose que (ζ_f) passe par l'origine du repère et que $f'0) = 2e$

1/ Donner en justifiant la réponse

a) Un extrémum de f.
b) Une équation cartésienne d'une asymptote à (ζ_f).
c) Une équation de cartésienne de la tangente à (ζ_f) au point d'abscisse 0.

2/ On suppose que dans la suite que $f(x) = 2x e^{(1-x)}$, $x \in \mathbb{R}$

a) Montrer que (ζ_f) admet une branche parabolique au voisinage de $(-\infty)$ et donner sa direction.
b) Montrer que (ζ_f) admet un point d'inflexion dont on précisera les coordonnées.
c) Construire (ζ_f)

3/a) A l'aide d'une intégration par parties, Calculer l'intégrale $I = \int_0^1 x e^{(1-x)} dx$

b) Déduire l'aire de la partie du plan limitée par (ζ_f), les axes du repère et la droite d'équation x= 1

Exercice N°4: (4 pts)

1/Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$; $x \neq -1$ et (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N

a) Montrer que pour tout $x \neq -1$: $f(x) = x - 1 + \dfrac{1}{x+1}$

b) En déduire $I = \int_0^1 f(x) dx$. Donner une interprétation graphique de I

2/a) Montrer que pour tout $x \in IR$: $\dfrac{e^{2x}}{e^x + 1} = e^x - \dfrac{e^x}{e^x + 1}$

b) Calculer $J = \int_0^1 \dfrac{e^{2x}}{e^x + 1} dx$

c) Calculer à l'aide d'une intégration par partie : $K = \int_0^1 e^x \ln(e^x + 1) dx$