#### A.S:2010/2011

#### Devoir de contrôle N°3

Classes 4<sup>ème</sup> sc

Durée: 2.h

#### Exercice N°1: (4pts)

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de choisir cette réponse.

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ 

1/ Soit f la fonction définie sur  $\square$  par  $f(x) = (1-x)e^x$ . La valeur moyenne de f sur  $\left[0,1\right]$  est égale à

b) 
$$2 - e$$

c) 
$$e-2$$

$$2/\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$$
 est égale à

$$a) +\infty$$

3/ L'espace  $\xi$  est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ 

Soit la sphère  $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$  et le plan P: 2x - y - z = 0. (S) et P sont

a) tangents

b) sécants

c) disjoints.

4/ Soit A et B deux points distincts de l'espace.

L'ensemble des points M tels que :  $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 0$  est

- a) une droite
- b) une sphère

c) un plan

# Exercice N°2: (6 pts)

L'espace  $\xi$  est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ 

Soit 
$$S = \{ M(x, y, z) \in \xi; x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0 \}$$

1/ Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre I et le rayon R

2/ Soit P le plan dont une équation cartésienne est : x-2y+2z+2=0

- a) Montrer que l'intersection de la sphère S et du plan P est un cercle  $\zeta$
- b) Déterminer les coordonnées du centre A et le rayon r du cercle  $\zeta$

3/ Soit M(a, b, -1) un point de la sphère S où a et b sont deux réels et Q le plan dont une équation

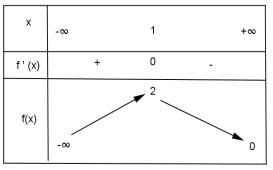
cartésienne est : 
$$(a-1)x+(b+2)y+z-a+2b+3=0$$

- a) Montrer que M appartient au plan Q
- b) Montrer que S et Q sont tangents en M

# Exercice N°3: (6 pts)

Soit f une fonction définie et dérivable sur  $\Box$  dont le tableau de variation est ci contre.

On désigne par  $(\zeta_f)$  sa courbe représentative dans un R.O.N  $(O,\vec{i},\vec{j})$ On suppose que  $(\zeta_f)$  passe par l'origine du repère et que f'(0) = 2e



1/ Donner en justifiant la réponse

a) Un extrémum de f.

b) Une équation cartésienne d'une asymptote à  $(\zeta_f)$ .

c) Une équation de cartésienne de la tangente à  $(\zeta_f)$  au point d'abscisse 0.

2/ On suppose que dans la suite que  $\,f(x)\,{=}\,2x\,e^{\left(1-x\right)}\,$  ,  $\,x\,{\in}\,\Box$ 

a) Montrer que  $(\zeta_f)$  admet une branche parabolique au voisinage de  $(-\infty)$  et donner sa direction.

b) Montrer que  $(\zeta_f)$  admet un point d'inflexion dont on précisera les coordonnées.

c) Construire  $(\zeta_f)$ 

3/a) A l'aide d'une intégration par parties, Calculer l'intégrale  $I = \int_0^1 x e^{(1-x)} dx$ 

b) Déduire l'aire de la partie du plan limitée par  $(\zeta_f)$ , les axes du repère et la droite d'équation x=1

# Exercice N°4: (4 pts)

1/Soit f la fonction définie par :  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$  ;  $x \neq -1$  et  $(\zeta_f)$  sa courbe représentative dans un R.O.N

a) Montrer que pour tout  $x \ne -1$ :  $f(x)=x-1+\frac{1}{x+1}$ 

b) En déduire  $I = \int_{0}^{1} f(x)dx$ . Donner une interprétation graphique de I

2/a) Montrer que pour tout  $x \in IR$ :  $\frac{e^{2x}}{e^x + 1} = e^x - \frac{e^x}{e^x + 1}$ 

b) Calculer  $J = \int_{0}^{1} \frac{e^{2x}}{e^{x} + 1} dx$ 

c) Calculer à l'aide d'une intégration par partie :  $K = \int_{0}^{1} e^{x} \ln(e^{x} + 1) dx$